Die Theorie von Lorentz und das Prinzip der Reaktion

Henri Poincaré

11. Dezember 1900[*†]

Inhaltsverzeichnis

Man wird es ohne Zweifel seltsam finden, dass ich in einer zu Ehren von Lorentz angefertigten Festschrift die Betrachtungen zusammenfasse, welche ich vorher als Einwände gegen seine Theorie vorgestellt habe.

Jedoch verzichte ich auf diese Entschuldigung, weil ich eine besitze welche 100 mal besser ist: *Gute Theorien sind flexibel*. Diese, welche eine starre Form haben und welche diese Form nicht verändern können ohne zusammenzubrechen, haben in der Tat zu wenig Vitalität. Aber wenn die Theorie uns einige wahre Zusammenhänge enthüllt, dann kann sie in unterschiedliche Formen gebracht werden, sie wird allen Angriffen widerstehen, und ihre grundlegende Aussage bleibt unbeeinträchtigt. Das ist es was ich beim letzten Kongress für Physik diskutiert habe.

Gute Theorien können auf alle Einwände eine Antwort geben. Äußerliche Argument haben keine Wirkung auf sie, und sie triumphieren auch über alle ernsthaften Einwände. Jedoch während des Triumphs können sie umgestaltet werden.

Weit davon entfernt sie zu zerstören, helfen ihnen deswegen diese Einwände in Wirklichkeit, da sie es diese Theorien erlauben, alle in ihnen vorhandenen Vorzüge

[†]Französisches Original: La théorie de Lorentz et le principe de la réaction. In Recueil de travaux offerts par les auteurs à H. A. Lorentz à l'occasion du 25ème anniversaire de son doctorat le 11 décembre 1900, Archives néerlandaises, 5 (1900), 252-278. http://www.archive.org/details/recueildetravau00loregoog

hervorzubringen. Die Theorie von Lorentz ist eine von diesen, und das ist die einzige Entschuldigung, welche ich anführen werde.

Das ist es also nicht, wofür ich die Entschuldigung des Lesers erbeten werde, sondern vielmehr dafür, dass ich für eine so lange Zeit so wenige neue Ideen vorgebracht habe.

1.

Überblicken wir zu Beginn schnell die Rechnung, durch welche man zeigen kann, dass in der Theorie von Lorentz das Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion nicht richtig ist, zumindest wenn man es ausschließlich auf materielle Objekte anzuwenden wünscht.

Lasst uns die Summe aller ponderablen Kräfte finden, welche auf alle Elektronen wirken die sich im Innern eines bestimmten Volumens befinden. Das Ergebnis, oder eher dessen Projektion auf die x-Achse, wird durch den Integral repräsentiert:

$$X = \int \rho \, d\tau \left[\eta\gamma - \zeta\beta + \frac{4\pi f}{K_0} \right],$$

wo die Integration über alle Elemente $d\tau$ des betrachteten Volumens ausgeführt worden ist, und wo ξ, η, und ζ die Geschwindigkeitskomponenten des Elektrons darstellen.

Aufgrund der Gleichungen:

$$\rho\eta = -\frac{dg}{dt} + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx}\right), \quad \rho\zeta = -\frac{dh}{dt} + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}\right), \quad \rho = \sum \frac{df}{dx},$$

und durch addieren und subtrahieren des Ausdrucks $\frac{\alpha}{4\pi}\frac{d\alpha}{dz}$, kann ich schreiben,

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4,$$

wo:

$$X_1 = \int d\tau \left(\beta \frac{dh}{dt} - \gamma \frac{dg}{dt} \right),$$

$$X_2 = \int \frac{d\tau}{4\pi} \left(\alpha \frac{d\alpha}{dx} + \beta \frac{d\alpha}{dy} - \gamma \frac{d\alpha}{dz} \right),$$

$$X_3 = \int \frac{-d\tau}{4\pi} \left(\alpha \frac{d\alpha}{dx} + \beta \frac{d\beta}{dx} - \gamma \frac{d\gamma}{dx} \right),$$

$$X_4 = \frac{4\pi}{K_0} \int f \, d\tau \sum \frac{df}{dx}.$$

Partielle Integration ergibt:

$$X_2' = \int \frac{d\omega}{4\pi} \alpha (l\alpha + m\beta + n\gamma) - \int \frac{d\tau}{4\pi} \alpha \left(\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz} \right),$$

$$X_2 = -\int \frac{d\omega}{8\pi} l \left(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \right),$$

wo die doppelten Integrale über alle Elemente $d\omega$ der Oberfläche ausgeführt wurden, welche den betreffenden Raum umschließt, und wo l, m, n den Kosinus der Winkel bezeichnen, welche eine Richtung senkrecht zu diesem Element haben.

Wenn wir beobachten, dass

$$\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz} = 0,$$

so sehen wir dass man schreiben kann:

$$(1)\ X_2 + X_3 = \int \frac{d\omega}{8\pi} \left[l \left(\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 \right) + 2m\alpha\beta + 2n\alpha\gamma \right].$$

Wir transformieren nun X_4.

Partielle Integration ergibt:

$$X_4 = \int \frac{4\pi d\omega}{K_0} \left(lf^2 + mfg + nfh \right) - \int \frac{4\pi d\tau}{K_0} \left(f\frac{df}{dx} + g\frac{df}{dy} + h\frac{df}{dz} \right).$$

Ich bezeichne die beiden Integrale auf der zweiten Seite X_4'und X_4'', so dass

$$X_4 = X_4' - X_4''.$$

Wenn wir nun die Gleichungen benutzen:

$$\frac{df}{dy} = \frac{dg}{dx} + \frac{K_0}{4\pi} \frac{d\gamma}{dt},$$
$$\frac{df}{dz} = \frac{dh}{dx} + \frac{K_0}{4\pi} \frac{d\beta}{dt},$$

können wir schreiben:

$$X_4'' = Y + Z,$$

wo

$$Y = \int \frac{4\pi d\tau}{K_0} \left(f\frac{df}{dx} + g\frac{dg}{dx} + h\frac{dh}{dx} \right),$$
$$Z = \int d\tau \left(g\frac{d\gamma}{dt} - h\frac{d\beta}{dt} \right).$$

Man findet dann:

$$Y = \int \frac{2\pi l d\omega}{K_0} \left(f^2 + g^2 + h^2 \right),$$
$$X_1 - Z = \frac{d}{dt} \int d\tau (\beta h - \gamma g).$$

Deswegen haben wir letztendlich:

$$(2)\ X=\frac{d}{dt}\int d\tau(\beta h-\gamma)+(X_2+X_3)+\left(X_4'-Y\right),$$

wo X_2+X_3 durch Formel (1) gebeben ist, wobei wir erhalten:

$$X_4'-Y=\int\frac{2\pi d\omega}{K_0}\left[l\left(f^2-g^2-h^2\right)+2mfg+2nfh\right].$$

Der Ausdruck (X_2+X_3) stellt die Projektion der Kraft auf die x-Achse dar, welche auf die verschiedenen Elemente $d\omega$ der den betreffenden Raum umschließenden Oberfläche ausgeübt wurde. Man bemerkt sofort, dass diese Kraft keine andere ist als der *magnetische Druck* von Maxwell, der von diesem Gelehrten in seiner wohlbekannten Theorie eingeführt wurde.

Auf die selbe Weise stellt der Ausdruck $\left(X_4'-Y\right)$ die Auswirkung des *elektrostatischen Drucks* von Maxwell dar.

Ohne Vorhandensein des ersten Ausdrucks ergibt sich:

$$\frac{d}{dt}\int d\tau(\beta h-\gamma g),$$

die ponderable Kraft würde keine andere sein als die, welche sich aus den Drücken von Maxwell ergibt.

Wenn unsere Integrale über den gesamten Raum ausgedehnt werden, verschwinden die Doppelintegrale von $X_2,\ X_3,\ X_4'$ und Y, alles was verbleibt ist:

$$X=\frac{d}{dt}\int d\tau(\beta h-\gamma g).$$

Wenn wir deswegen eine der betreffenden materiellen Massen M nennen, und die Komponenten ihrer Geschwindigkeit $V_x,\ V_y$, und V_z, und wenn das Prinzip der Reaktion anwendbar wäre, dann sollte sich ergeben:

$$\sum MV_x=konst.,\quad \sum MV_y=konst.,\quad \sum MV_z=konst.$$

Im Gegensatz dazu ergibt sich:

$$\sum MV_x+\int d\tau(\gamma g-\beta h)=konst.,$$

$$\sum MV_y+\int d\tau(\alpha h-\gamma f)=konst.,$$

$$\sum MV_x+\int d\tau(\beta f-\alpha g)=const.$$

Beachte, dass

$$\gamma g-\beta h,\quad \alpha h-\gamma f,\quad \beta f-\alpha g$$

die drei Komponenten des *Radiusvektors* von Poynting sind.

Wenn gesetzt wird:

$$J = \frac{1}{8\pi}\sum \alpha^2 + \frac{2\pi}{K_0}\sum f^2,$$

ergibt die Poyntinggleichung tatsächlich,

$$(3)\ \int \frac{dJ}{dt} d\tau = \int \frac{d\omega}{K_0} \begin{vmatrix} l & m & n \\ \alpha & \beta & \gamma \\ f & g & h \end{vmatrix} + \frac{4\pi}{K_0}\int \rho d\tau \sum f\xi.$$

Wie wir wissen, stellt der erste Integral auf der zweiten Seite das Ausmaß der elektromagnetischen Energie dar, welche in das betreffenden Volumen als die Oberfläche durchquerende Strahlung eintritt, und der zweite Ausdruck stellt die Menge der elektromagnetischen Energie dar, welche innerhalb des Abschnitts durch Transformation anderer Energieformen erzeugt wird.

Wir können die elektromagnetische Energie als ein fiktives Fluid mit der Dichte $K_0 J$ betrachten, welches sich in Übereinstimmung mit Poyntings Gesetz durch den Raum bewegt. Wir müssen nur erkennen, dass diese Fluid nicht unzerstörbar ist, und dass - während einer Zeiteinheit - im Volumenelement $d\tau$ die Menge $\frac{4\pi}{K_0}\rho d\tau \sum f\xi$ zerstört wird (oder wenn das Vorzeichen negativ ist, eine gleich große Menge mit einem jedoch umgekehrten Vorzeichen erzeugt wird). Das ist es, was uns davon abhält unser fiktives Fluid als eine Art "reales" Fluid zu betrachten.

Die Menge des Fluids welches die Fläche (gesetzt gleich 1) durchquert, und senkrecht zur x-Achse oder zur y-Achse oder zur z-Achse orientiert ist, ist während einer Zeiteinheit gleich

$$K_0 J U_x, \quad K_0 J U_y, \quad K_0 J U_z,$$

wobei U_x, U_y, U_z die Geschwindigkeitskomponenten des Fluids sind. Indem man dies mit Poyntings Formel vergleicht, ergibt sich:

$$K_0 J U_x = \gamma g - \beta h,$$

$$K_0 J U_y = \alpha h - \gamma f,$$

$$K_0 J U_x = \beta f - \alpha g,$$

und folglich ergeben unsere Formeln:

$$(4)\ \begin{cases} \sum M V_x + \int K_0 J U_x d\tau = konst., \\ \sum M V_y + \int K_0 J U_y d\tau = konst., \\ \sum M V_z + \int K_0 J U_z d\tau = konst. \end{cases}$$

Diese zeigen die Tatsache, dass der Impuls der normalen Materie und unseres fiktiven Fluids durch einen konstanten Vektor dargestellt wird.

Wenn der Impuls in der gewöhnlichen Mechanik konstant ist, dann kann man schließen, dass die Bewegung des Schwerpunkts geradlinig und gleichförmig ist.

Hier haben wir aber nicht die Berechtigung zu schließen, dass sich der Schwerpunkt des Systems, welches von der Materie und unserem fiktiven Fluid geformt wird, geradlinig und gleichförmig bewegt; und zwar deswegen weil das Fluid nicht unzerstörbar ist.

Der Ort des Schwerpunkts des fiktiven Fluids ist gegeben durch den Integral

$$\int xJ\, d\tau\,,$$

ausgedehnt über den gesamten Raum. Die Ableitung aus diesem Integral ist:

$$\int x\frac{dJ}{dt}d\tau = -\int xd\tau\left(\frac{dJU_x}{dx}+\frac{dJU_y}{dy}+\frac{dJU_z}{dz}\right)-\frac{4\pi}{K_0}\int \rho x d\tau \sum f\xi .$$

Aber der erste Integral auf der zweiten Seite wird durch partielle Integration

$$\int JU_x d\tau \quad \text{oder} \quad \frac{1}{K_0}\left(C-\sum MV_x\right),$$

wo C die Konstante des zweiten Ausdrucks der ersten Gleichung (4) darstellt.

Weiters soll M_0 die gesamte Masse der Materie darstellen, X_0, Y_0, Z_0 die Koordinaten ihres Schwerpunkts, M_1 die gesamte Masse des fiktiven Fluids, X_1, X_2, X_3 die Koordinaten ihres Schwerpunkts, M_2 die gesamte Masse des Systems (Materie und fiktives Fluid), X_2, Y_2, Z_2 ihren Schwerpunkt, und dann ergibt sich:

$$M_2 = M_0 + M_1, \quad M_2X_2 = M_0X_0 + M_1X_1,$$

$$\frac{d}{dt}\left(M_0X_0\right) = \sum MV_x, \quad K_0\int xJ\, d\tau = M_1X_1.$$

Daraus ergibt sich:

$$(3)\ \frac{d}{dt}\left(M_2X_2\right) = C - 4\pi\int \rho x\, d\tau \sum f\xi .$$

Jetzt wird gezeigt wie man Gleichung (3) in der gewöhnlichen Sprache ausdrücken kann.

Wenn elektromagnetische Energie weder irgendwo erzeugt noch zerstört wird, dann verschwindet der letzte Ausdruck; dann besitzt der Schwerpunkt des Systems, welches aus Materie und Energie (im Sinne eines fiktiven Fluids) besteht, eine geradlinige und gleichförmige Bewegung.

Es wird nun vorausgesetzt, dass an bestimmten Orten elektromagnetische Energie zerstört und in nicht-elektrische Energie transformiert wird. Dann müssen wir nicht nur das aus Materie und elektromagnetischer Energie bestehende System berücksichtigen, sondern auch die nicht-elektrische Energie, welche aus der Transformation der

elektromagnetischen Energie resultiert.

Jedoch müssen wir annehmen, dass die nicht-elektrische Energie an dem Ort verbleibt wo die Transformation stattfindet, und sie wird nachher auch nicht von der an diesem Ort befindlichen Materie mitgeführt. Es ist nichts an dieser Konvention was uns erstaunen müsste, da wir ja nur über mathematische Fiktionen sprechen. Wenn man diese Konventionen annimmt, dann wird die Bewegung des Schwerpunktsystems geradlinig und gleichförmig verbleiben.

Um diese Erklärung auf Fälle zu erweitern, wo nicht nur Zerstörung sondern auch Erzeugung von Energie stattfindet, reicht es aus anzunehmen, dass an jedem Punkt eine bestimmte Menge von nicht-elektrischer Energie vorhanden ist, aus welcher die elektromagnetische Energie entsteht. Dann folgt man der vorhergehenden Konvention, d. h. anstatt anzunehmen, dass die nicht-elektrische Energie mit der gewöhnlichen Materie mitbewegt wird, behandeln wir sie als unbewegt. Unter diesen Voraussetzungen bewegt sich der Schwerpunkt weiterhin in einer geraden Linie.

Man betrachte wieder Gleichung (2), und man nehme an dass die Integrale über einen infinitesimales Volumen ausgedehnt werden. Dann bedeutet das, dass das Ergebnis des auf das betreffende Volumen wirkenden Drucks von Maxwell im Gleichgewicht sein muss:

1. mit den nicht-elektrischen Kräften, welche auf die innerhalb des Volumens befindliche Materie wirken;

2. mit den Trägheitskräften der Materie;

3. mit den Trägheitskräften des in diesem Volumen befindlichen fiktiven Fluids .

Um die Trägheit des fiktiven Fluids zu definieren, müssen wir annehmen, dass das an irgendeinem Punkt durch Transformation aus nicht-elektrischer Energie entstandene Fluid ohne Geschwindigkeit erzeugt wird, und dass es seine Geschwindigkeit von dem bereits existierenden Fluid erhält. Wenn deshalb die Menge an Fluid vergrößert wird, jedoch die Geschwindigkeit konstant bleibt, müssen wir eine bestimmte Trägheit überwinden, da das neue Fluid seine Geschwindigkeit von dem alten Fluid "entlehnt". Die Geschwindigkeit des Systems würde sich verringern, wenn keine andere Ursache einwirkt um sie konstant zu halten. Analog dazu, wenn elektromagnetische Energie zerstört wird, muss das zerstörte Fluid seine vor der Zerstörung besessene Geschwindigkeit verlieren, indem es diese an das verbliebene Fluid abgibt.

Wenn das Gleichgewicht für ein infinitesimales Volumen aufrecht erhalten bleibt, so muss es auch für ein endliches Volumen aufrecht erhalten bleiben. Tatsächlich, wenn wir es in infinitesimale Volumina aufteilen, wird das Gleichgewicht für alle aufrecht erhalten bleiben. Um zu einem endliche Volumen zu gelangen, müssen wir die Gesamtheit der Kräfte berücksichtigen, welche auf die verschiedenen infinitesimalen Volumina wirken; und von den verschiedenen Druckarten von Maxwell berücksichtigen wir nur diese, welche auf die endliche gesamte Oberfläche des Volumens wirken, jedoch wir übergehen diese, welche auf die Flächenelemente wirken, die zwei angrenzende infinitesimale Volumina trennen. Das beeinflusst nicht das Gleichgewicht, da die übergangenen Druckarten jeweils paarweise gleich und entgegengesetzt sind.

Das Gleichgewicht bleibt deshalb für endliche Volumina aufrecht.

Es bleibt deswegen für alle Räume aufrecht. Jedoch berücksichtigen wir in diesem Fall weder die Druckarten von Maxwell, welche bei unendlichen Werten gleich Null sind, noch die nicht-elektrischen Kräfte, welche im Gleichgewicht sind aufgrund des Prinzips der Reaktion der Kräfte der gewöhnlichen Mechanik.

Die zwei Arten der Trägheitskräfte sind folglich im Gleichgewicht, woraus sich eine zweifache Konsequenz ergibt:

1. Das Prinzip der Erhaltung der Projektionen des Impulses trifft auf das System der Materie und des fiktiven Fluids zu. Wir können auch die Gleichungen (4) wieder herleiten.

2. Das Prinzip der Erhaltung des Drehimpulses, oder anders ausgedrückt, *der Flächensatz* gilt für das System aus Materie und fiktivem Fluid. Dies ist eine neue Konsequenz, welche die aus Gleichung (4) entnommene Information vervollständigt.

Da die elektromagnetische Energie sich wie ein mit Trägheit ausgestattetes Fluid verhält, müssen wir deswegen aus unserer Sicht schließen, dass wenn irgendein Gerät elektromagnetische Energie erzeugt und in eine bestimmte Richtung abstrahlt, dieses Gerät einen *Rückstoß* erfährt, wie beim Rückstoß einer Kanone wenn es ein Geschoss abfeuert.

Natürlich wird dieser Rückstoß nicht stattfinden wenn das Gerät die Energie gleichmäßig in alle Richtung aussendet; er wird nur stattfinden, wenn die Emission asymmetrisch ist, und wenn die elektromagnetische Energie in eine einzige Richtung gesendet wird, wie es zum Beispiel geschieht, wenn das Gerät ein am Fokus eines Parabolspiegels befindlicher Hertzscher Erreger ist.

Es ist leicht, diesen Rückstoß quantitativ zu bestimmten. Wenn das Gerät eine Masse von 1kg besitzt, und wenn es drei Millionen Joule in eine Richtung mit Lichtgeschwindigkeit emittiert, so ist die Geschwindigkeit des Rückstoßes 1 cm/sec. Anders ausgedrückt, wenn die von einer 3,000 Watt-Maschine produzierte Energie in eine einzige Richtung gesendet wird, dann wird eine Kraft von einem Dyn benötigt, um die Maschine trotz des Rückstoßes am selben Ort zu halten.

Es ist offensichtlich, dass eine solch schwache Kraft nicht experimentell gemessen werden kann. Aber wir können uns vorstellen - unmöglicherweise - dass wir so feine Messinstrumente besitzen um solche Kräfte messen können. Wir können dann zeigen, dass das Prinzip der Reaktion nicht für die Materie alleine gilt; und das würde eine Bestätigung der Theorie von Lorentz sein, und der Niedergang einiger anderer Theorien.

Aber damit ist es nichts - die Theorie von Hertz und allgemein alle anderen Theorien sagen den selben Rückstoß wie bei der Theorie von Lorentz voraus.

Ich habe bereits das Beispiel des Hertzschen Erregers betrachtet, von welchem die Strahlung parallel abgegeben wird durch Benutzung eines Parabolspiegels. Ich werde nun ein einfacheres aus der Optik entlehntes Beispiel betrachten: ein paralleles Lichtstrahlenbündel trifft senkrecht auf einen Spiegel, und kehrt seine Richtung nach der Reflektion um. Beispielsweise wird die sich ursprünglich von links nach rechts bewegende Energie vom Spiegel folglich von rechts nach links zurückgesendet.

Der Spiegel muss folglich zurückweichen, und der Rückstoß ist durch Benutzung unserer früheren Betrachtungen leicht zu berechnen.

Aber es ist leicht das Problem zu erkennen, welches bereits Maxwell in den Paragraphen 792 und 793 seines Werks behandelt hatte. Er sagt ebenfalls den exakt gleichen Rückstoß des Spiegels voraus, den wir aus der Theorie von Lorentz abgeleitet haben.

Tatsächlich, wenn wir tiefer in das Studium der Mechanik des Rückstoßes eindringen, werden wir folgendes finden. Betrachte irgendein Volumen und wende Gleichung (2) an; diese Gleichung sagt uns, dass die auf die Elektronen, d. h. auf die in dem Volumen befindliche Materie, ausgeübte elektromagnetische Kraft gleich ist mit dem Ergebnis der Druckarten von Maxwell - abgeändert durch einen Korrekturausdruck, welcher die Ableitung des Integrals ist

$$\int d\tau(\beta h - \gamma g).$$

Wenn diese Situation nun etabliert ist, dann ist der Integral konstant und der Korrekturausdruck ist Null.

Der von der Theorie von Lorentz vorausgesagte Rückstoß ist derjenige, welcher durch die Druckarten von Maxwell verursacht wird. Aber alle Theorien sagen die Druckarten von Maxwell voraus; *deshalb sagen alle diese Theorien den selben Rückstoß voraus*.

2.

Aber dann drängt sich eine Frage auf. Wir haben den Rückstoß durch Anwendung der Theorie von Lorentz vorausgesagt, weil diese Theorie dem Prinzip der Reaktion widerspricht. Aber unter den anderen Theorie sind diejenigen, wie jene von Hertz, welche diesem Prinzip entsprechen. Wie können die allesamt zum selben Rückstoß führen?

Ich beeile mich die Lösung für dieses Paradoxon zu geben, was ich später rechtfertigen werde. In der Theorie von Lorentz und der von Hertz weicht das Gerät zurück, welches die Energie produziert und in eine Richtung emittiert - aber die auf diese Weise abgestrahlte Energie breitet sich in einem bestimmten Medium aus, wie beispielsweise in der Luft.

In der Theorie von Lorentz ergibt sich keine mechanische Aktion, wenn die Luft die auf diese Weise abgestrahlte Energie empfängt; sie ist auch unbeeinflusst wenn die Energie sie nach der Durchquerung wieder verlässt. Nach der Theorie von Hertz wird im Gegensatz dazu die Luft nach vor gestoßen wenn sie die Energie empfängt, und zurückgestoßen wenn sie von der Energie verlassen wird. Aus Sicht des Prinzips der Reaktion kompensiert die Bewegung der von der Energie durchdrungenen Luft die Bewegung des Geräts, welches die Energie produzierte. In der Theorie von Lorentz findet diese Kompensation nicht statt.

Lasst uns wieder auf die Theorie von Lorentz blicken und auf unsere Gleichung (2), und wenden wir sie auf ein homogenes Dielektrikum an. Wir wissen, wie Lorentz ein dielektrisches Material darstellt; dieses Medium beinhaltet einige Elektronen, welche für kleine Verschiebungen empfänglich sind, und jene Verschiebungen erzeugen die dielektrische Polarisation, wobei dieser Effekt, aus verschiedenen Perspektiven betrachtet, dann zu der eigentlichen elektrischen Verschiebung hinzugefügt wird.

Es seien X, Y, Z die Komponenten der Polarisation. Wir würden dann haben:

$$(5)\ \frac{dX}{dt}d\tau = \sum \rho\xi, \quad \frac{dY}{dt}d\tau = \sum \rho\eta, \quad \frac{dZ}{dt}d\tau = \sum \rho\zeta.$$

Die Summationen auf der zweiten Seite der Gleichung (5) erstrecken sich über alle Elektronen, welche sich im Innern des Volumenelements $d\tau$ befinden, und diese Gleichungen können als die Definition der dielektrischen Polarisation selbst betrachtet werden.

Für den Ausdruck der Resultante der ponderablen Kräfte (welche ich nicht länger "X" nennen werde, um Verwirrung mit der Polarisation zu vermeiden), haben wir den Integral gefunden:

$$\int \rho d\tau \left[\eta\gamma - \zeta\beta + \frac{4\pi f}{K_0}\right]$$

oder

$$\int \rho\eta\gamma\, d\tau - \int \rho\zeta\beta\ d\tau + \frac{4\pi}{K_0}\int \rho f\ d\tau.$$

Die beiden ersten Integrale können ersetzt werden durch

$$\int \gamma\frac{dX}{dt}d\tau, \quad \int \beta\frac{dZ}{dt}d\tau$$

durch Verwendung der Gleichungen (5). In Betreff des dritten Integrals: Dieser ist Null da die effektive Ladung eines Elements des Dielektrikums, welches eine bestimmte Anzahl von Elektronen enthält, Null ist. Deshalb reduziert sich unsere ponderable Kraft zu:

$$\int \left(\gamma\frac{dY}{dt} - \beta\frac{dZ}{dt}\right)d\tau.$$

Wenn ich dann die durch die verschiedenen Druckarten von Maxwell verursachten Kräfte mit "II" bezeichne, so dass

$$II = (X_2 + X_3) + \left(X_4' - Y\right),$$

dann wird aus unserer Gleichung (2):

$$(2\text{ bis})\ II = \int \left(\gamma\frac{dY}{dt} - \beta\frac{dZ}{dt}\right)d\tau + \frac{d}{dt}\int (\gamma g - \beta h)d\tau.$$

Wie haben auch eine Beziehung wie diese

$$(\text{A})\ a\frac{d^2X}{dt^2} + bX = f,$$

wo a und b zwei charakteristische Konstanten für dieses Medium sind; davon ausgehend können wir leicht ableiten:

(B) $X=\left(n^2-1\right)f$

und auf die selbe Weise,

$$Y=\left(n^2-1\right)g,\quad Z=\left(n^2-1\right)h,$$

wobei n der Brechungsindex der betreffenden Farbe ist.

Wir könnten versucht sein die Beziehung (A) mit anderen zu ersetzen, welche komplizierter sind; beispielsweise wenn wir komplexe Ionen in Betracht ziehen müssen. Es würde nur einen kleinen Unterschied machen, da wir weiterhin zu Gleichung (B) gelangen würden.

Um dies weiter zu führen, werden wir beispielsweise annehmen, dass sich eine ebene Welle entlang der x-Achse in positiver Richtung ausbreitet. Wenn die Welle in der xz-Ebene polarisiert ist, ergibt sich,

$$X=f=g=\alpha=Z=h=\beta=0$$

und

$$\gamma=ng\frac{4\pi}{\sqrt{K_0}}.$$

Unter Berücksichtigung aller dieser Beziehungen wird (2 bis) vorerst zu

$$II=\int\gamma\frac{dY}{dt}d\tau+\int\gamma\frac{dg}{dt}d\tau+\int g\frac{d\gamma}{dt}d\tau,$$

wo der erste Integral die ponderablen Kräfte darstellt. Aber wenn wir die Verhältnisse in Betracht ziehen

$$\frac{g}{1}=\frac{Y}{n^2-1}=\frac{\gamma}{n\left(\frac{4\pi}{\sqrt{K_0}}\right)},$$

wird aus unserer Gleichung

$$(6)\ \frac{\sqrt{K_0}}{4\pi}II=n\left(n^2-1\right)\int g\frac{dg}{dt}d\tau+n\int g\frac{dg}{dt}d\tau+n\int g\frac{dg}{dt}d\tau.$$

Aber wir werden etwas aus dieser Formel machen, denn es ist nützlich zu sehen wie sich die Energie in einem dielektrischen Material aufteilt und ausbreitet. Die Energie teilt sich in drei Teile: 1° die elektrische Energie; 2° die magnetische Energie; 3° die mechanische Energie welche durch die Bewegung der Ionen verursacht wird. Die Ausdrücke für diese drei Teile sind der Reihe nach:

$$\frac{2\pi}{K_0}\sum f^2,\quad \frac{1}{8\pi}\sum\alpha^2,\quad \frac{2\pi}{K_0}\sum fX$$

und im Falle einer ebenen Welle verhalten sie sich wie

$1, \quad n^2, \quad n^2-1.$

In der vorhergehenden Analyse haben wir den Impuls der elektromagnetischen Energie eine Bedeutung gegeben. Es ist klar, dass die Dichte unseres fiktiven Fluids proportional zu der Summe der ersten beiden Teile (elektrisch und magnetisch) der vollständigen Energie ist, und dass der dritte Teil, welcher rein mechanisch ist, beiseite gelassen werden muss. Aber welche Geschwindigkeit sollen wir dem Fluid zuschreiben? Zuerst wird man denken, dass es die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle sein soll, welche gegeben ist mit $\frac{1}{n\sqrt{K_0}}$. Jedoch ist es nicht so einfach. An jedem Punkt besteht eine Proportionalität zwischen der elektromagnetischen und mechanischen Energie; wenn deswegen die elektromagnetische Energie an einem Punkte abnehmen würde, würde auch die mechanische Energie gleichermaßen abnehmen, das heißt ein Teil von ihr wird in elektromagnetische Energie transformiert; es würde daher zur Entstehung von fiktivem Fluid kommen.

Lasst uns für den Augenblick die Dichte des fiktiven Fluids mit ρ bezeichnen, und seine Geschwindigkeit mit ξ, welche ich parallel zur x-Achse annehme. Ich werde annehmen, dass alle unsere Funktionen nur von x und t abhängen, und die Wellenebene ist senkrecht zur x-Achse. Die Kontinuitätsgleichung wird dann so geschrieben:

$$\frac{d\rho}{dt}+\frac{d\rho\xi}{dx}=\frac{\delta\rho}{dt},$$

wo$\delta\rho$ die Größe des fiktiven Fluids ist, welches während des Zeitraums dt erzeugt wird. Aber diese Größe ist gleich der Menge von zerstörter mechanischer Energie, welche der Menge an zerstörter elektromagnetischer Energie entspricht, das heißt$-d\rho$, wie n^2-1zu n^2+1; daraus folgt

$$\frac{\delta\rho}{n^2-1}=-\frac{d\rho}{n^2+1},$$

$$\frac{d\rho}{dt}\frac{2n^2}{n^2+1}+\frac{d\rho\xi}{dx}=0.$$

Wenn ξ eine Konstante ist, dann zeigt uns diese Gleichung, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit gleich ist zu

$$\xi\frac{n^2+1}{2n^2}.$$

Wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit $\frac{1}{n\sqrt{K_0}}$wäre, würden wir folglich haben

$$\xi=\frac{2n}{(n^2+1)\sqrt{K_0}}.$$

Wenn J' die komplette Energie ist, ergibt sich die elektromagnetische Energie mit $J=\frac{n^2+1}{2n^2}J'$, und der Impuls des fiktiven Fluides ergibt sich mit:

(7) $K_0 J\xi = K_0 \frac{n^2+1}{2n^2} J'\xi = \frac{J'\sqrt{K_0}}{n}$

da die Dichte des fiktiven Fluids gleich der Energie multipliziert mit K_0 ist.

Aber in der Gleichung (6) stellt der erste Ausdruck auf der zweiten Seite die ponderable Kraft dar, das heißt die Ableitung des Impulses des dielektrischen Materials, während die beiden letzteren Ausdrücke die Ableitung des Impulses aus dem fiktiven Fluid darstellen. Diese beiden Impulse sind deshalb im Verhältnis $n^2 - 1$ zu 2.

Es sei $\triangle$ die Dichte des dielektrischen Materials, uns seine Geschwindigkeitskomponenten seien W_x, W_y, und W_z. Man erinnere sich an die Gleichungen (4). Der erste Ausdruck $\sum MV_x$ stellt die Bewegung der gesamten wirklichen Materie dar; wir werden sie in zwei Teile aufteilen. Den ersten Teil, den wir weiterhin als $\sum MV_x$ bezeichnen werden, stellt den Impuls des Energie produzierenden Gerätes dar. Der zweite Teil wird den Impuls des Dielektrikums darstellen. Es wird gleich sein mit

$$\int \triangle . W_x d\tau$$

wodurch Gleichung (4) die Form erhält

(4 bis) $\sum MV_x + \sum \left(\triangle . W_x + K_0 J U_x\right) d\tau = konst.$

Aus dem was wir gerade gesehen haben, ergibt sich

$$\frac{\triangle . W_x}{n^2-1} = \frac{K_0 J U_x}{2}.$$

Weiters werden wir die gesamte Energie wie oben mit J' bezeichnen. Wir werden auch unterscheiden zwischen der wirklichen Geschwindigkeit des fiktiven Fluids, welche sich aus Poyntings Gesetz ergibt und welche wir U_x, U_y, U_z genannt haben, und der scheinbaren Geschwindigkeit der Energie, welche wir von der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen abgeleitet und mit $U_x^{'}$, $U_y^{'}$, $U_z^{'}$ bezeichnet haben. Aus Gleichung (2) erhält man:

$$JU_x = J^{'} U_x^{'}.$$

Wir können deswegen die Gleichung (4 bis) in der Form schreiben:

$$\sum MV_x + \int \left(\triangle . W_x + K_0 J^{'} U_x^{'}\right) d\tau = konst.$$

Gleichung (4 bis) zeigt folgendes: Wenn ein Gerät *im Vakuum* Energie in eine Richtung abstrahlt, erfährt es einen Rückstoß, welcher aus Sicht des Prinzips der Reaktion einzig durch die Bewegung des fiktiven Fluids kompensiert wird.

Aber wenn die Strahlung stattdessen in einem Dielektrikum stattfindet, wird der Rückstoß teilweise durch die Bewegung des fiktiven Fluids und teilweise durch die Bewegung des dielektrischen Materials kompensiert, und der Anteil am Rückstoß des Geräts, welcher folglich durch die Bewegung des Dielektrikums kompensiert wird, d.

h. durch die Bewegung realer Materie, wird sein:

$$\frac{n^2-1}{n^2+1}.$$

Das war das Ergebnis aus der Theorie von Lorentz. Wir werden nun zur Theorie von Hertz übergehen.

Wir wissen, wie die Konstitution eines Dielektrikums gemäß den Ideen von Mossotti aussieht.

Andere Dielektrika als das Vakuum würden aus kleinen leitenden Sphären bestehen (oder allgemeiner, aus kleinen leitenden Körpern), welche voneinander durch ein isolierendes und nicht-polarisierbares Medium getrennt sind, welches analog zum Vakuum ist. Wie können wir von hier zu den Ideen von Maxwell fortschreiten? Wir stellen uns vor, dass das Vakuum selbst eine solche Struktur hat; es ist nicht unpolarisierbar, aber aus leitenden Zellen aufgebaut, welche getrennt sind durch Begrenzungen aus einem idealen Material (wie in dem ursprünglichen Konzept von Mossotti ist aus den selben Gründen die Induktanz eines Dielektrikums größer als die des Vakuums). Und die Induktanz des Vakuums würde gesteigert werden in Bezug zu dem idealen Material, da der von den leitenden Zellen eingenommene Raum vergrößert wird in Bezug zu dem von den isolierenden Begrenzungen eingenommenen Raum.

Beim Grenzübergang betrachten wir die Induktanz des isolierenden Materials als unendlich klein, und zur gleichen Zeit die isolierenden Begrenzungen als unendlich dünn, und zwar auf eine Weise, damit der von den Begrenzungen eingenommene Raum unendlich klein ist, und die Induktanz des Vakuums endlich verbleibt. *Dieser Grenzübergang bringt uns zu der Theorie von Maxwell*.

Das ist alles wohlbekannt und ich beschränke mich darauf einen kurzen Überblick zu geben. Beachte, dass *hier der selbe Zusammenhang zwischen der Theorie von Lorentz und der von Hertz besteht, wie er auch zwischen der von Mossotti und der von Maxwell besteht*.

Es sei tatsächlich angenommen, dass wir dem Vakuum die selbe Konstitution zuschreiben, wie sie Lorentz den gewöhnlichen Dielektrika zuschreibt; d. h. dass wir es als ein nicht-polarisierbares Medium betrachten, worin einige Elektronen kleine Verschiebungen erfahren.

Die Formeln von Lorentz werden weiterhin anwendbar bleiben, *jedoch K_0 stellt nicht mehr länger die Induktanz des Vakuums dar, sondern die Induktanz unseres nicht-polarisierbaren Mediums*. Beim Grenzübergang nehmen wir K_0 als unendlich klein an; es sei betont dass wir, um einen Ausgleich für diese Hypothese zu schaffen, die Anzahl der Elektronen vervielfachen sodass die Induktanz des Vakuums und der anderen Dielektrika endlich bleibt.

Die Theorie zu der wir beim Grenzübergang gelangen ist keine andere als die von Hertz.

Es sei V die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. In der ursprünglichen Theorie von Lorentz ist sie gleich $\frac{1}{\sqrt{K_0}}$; aber sie ist nicht mehr gleich in der modifizierten Theorie, wo sie gleich ist zu

$$\frac{1}{n_0\sqrt{K_0}}$$

wo n_0 der Brechungsindex des Vakuums in Bezug zu einem idealen nicht-polarisierbaren Mediums ist. Wenn n der Brechungsindex eines Dielektrikums in Bezug zum gewöhnlichen Vakuum ist, dann wird sein Index in Bezug zu dem idealen Medium nn_0 sein und die Lichtgeschwindigkeit ist

$$\frac{V}{n} = \frac{1}{nn_0\sqrt{K_0}}.$$

In dem Formeln von Lorentz müssen wir n mit nn_0 ersetzen.

Beispielsweise wird die Mitführung des Wellen in der Theorie von Lorentz durch Fresnels Formel dargestellt

$$v\left(1-\frac{1}{n^2}\right).$$

In der modifizierten Theorie würde sich ergeben

$$v\left(1-\frac{1}{n^2n_0^2}\right).$$

Wenn man den Grenzübergang ausführt, muss $K_0 = 0$ gesetzt werden, woraus $n_0 = \infty$ folgt; in der Theorie von Hertz wird deswegen die Mitführungsgeschwindigkeit v, d. h. die Mitführung wird vollständig sein. Diese Konsequenz steht im Widerspruch zum Ergebnis von Fizeau, und ist folglich ausreichend um die Theorie von Hertz zu verwerfen, sodass sie als kaum mehr als eine Kuriosität zu betrachten ist.

Es sei wieder unsere Gleichung (4 bis) gegeben. Sie sagt uns dass der Teil des Rückstoßes, welcher von der Bewegung des dielektrische Materials kompensiert wird, gleich ist zu

$$\frac{n^2-1}{n^2+1}.$$

In der modifizierten Theorie von Lorentz wird dieser Teil zu:

$$\frac{n^2n_0^2-1}{n^2n_0^2+1}.$$

Wenn man den Grenzübergang durch Setzen von $n_0 = \infty$ ausführt, wird dieser Teil gleich 1, und folglich wird der Rückstoß *vollständig* durch die Bewegung des dielektrischen Materials kompensiert. Anders gesagt wird in der Theorie von Hertz des Prinzip der Reaktion nicht verletzt, und ist vollständig auf die Materie anwendbar.

Wir können das auch als Folge von Gleichung (4 bis) sehen; wenn beim Grenzwert K_0 Null ist, wird der Ausdruck $\int K_0 J' U'_x$, welcher die Bewegung des fiktiven Fluides darstellt, ebenfalls gegen Null gehen; folglich reicht es aus die Bewegung der realen Materie zu berücksichtigen.

Daraus ergibt sich folgende Konsequenz: Um die zeigen, dass das Prinzip der Reaktion tatsächlich (wie gemäß der Theorie von Lorentz) in der Realität verletzt ist,

reicht es nicht aus zu zeigen, dass das Energie produzierende Gerät zurückweicht, was für sich alleine bereits sehr schwierig wäre; sondern es ist auch notwendig zu zeigen, dass der Rückstoß nicht durch die Bewegung des Dielektrikums und besonders nicht durch die Bewegung der von den elektromagnetischen Wellen durchdrungenen Luft kompensiert wird. Das würde klarerweise noch weit schwieriger sein.

Eine letzte Bemerkung zu diesem Thema. Man nehme an, dass das von den Wellen durchdrungene Medium magnetisch ist. Ein Teil der Energie der Welle wird weiterhin die Form der mechanischen Energie haben. Wenn μ die magnetische Permeabilität des Mediums ist, dann ist die *vollständige* magnetische Energie:

$$\frac{\mu}{8\pi}\int\sum\alpha^2 d\tau,$$

jedoch nur ein Teil davon:

$$\frac{1}{8\pi}\int\sum\alpha^2 d\tau$$

kann berechtigterweise magnetische Energie genannt werden; der andere Teil

$$\frac{\mu-1}{8\pi}\int\sum\alpha^2 d\tau$$

wird die mechanische Energie sein, welche benötigt wird um die betreffenden Ströme in eine gemeinsame Ausrichtung senkrecht zum Feld zu bringen, und zwar gegen die elastische Kraft, welche versucht die Ströme in die Gleichgewichsausrichtung zu bringen, welche sie bei Abwesenheit eines magnetischen Feldes einnehmen würden.

Wir könnten deswegen eine Analyse bei diesem Medium durführen, welche vollkommen parallel zu der vorhergehende Analyse verläuft, und wo die mechanische Energie $\frac{\mu-1}{8\pi}\int\sum\alpha^2 d\tau$ die selbe Rolle spielt, wie die mechanische Energie $\frac{2\pi}{K_0}\int\sum Xf\,d\tau$ bei einem Dielektrikums. Folglich können wir sehen, dass wenn magnetische Medien existieren welche nicht dielektrisch sind (ich meine, worin die dielektrische Eigenschaft die selbe wäre wie in einem Vakuum), dann müsste das Material dieser Medien einer mechanischen Wirkung aufgrund des Durchtritts der Wellen unterworfen sein, sodass der Rückstoß des Gerätes teilweise durch die Bewegung der Medien kompensiert wird, wie es bei den Dielektrika der Fall ist.

Um uns von diesem unrealistischen Fall zu entfernen, nehmen wir ein Medium an das zugleich dielektrisch und magnetisch ist, dann ist der Teil des durch die Bewegung des Mediums kompensierten Rückstoßes größer als für ein nicht-magnetisches Medium mit der selben dielektrischen Eigenschaft.

3.

Warum betrifft uns das Prinzip der Reaktion? Diese Frage zu betrachten ist deshalb wichtig, damit wir sehen ob die von uns diskutierten Paradoxien wirklich als ein Einwand gegen die Theorie von Lorentz betrachtet werden können.

Wenn sich uns dieses Prinzip in den meisten Fällen aufdrängt, ist es weil seine Verneinung uns zu einem Perpetuum Mobile führen würde. Ist das hier ebenso der Fall?

Es seien A und B zwei Körper von irgendeiner Beschaffenheit, wo einer auf den anderen wirkt, und welche von allen externen Kräften isoliert sind; wenn die Aktion des einen nicht gleich der Reaktion des anderen wäre, könnten wir sie mit einem Stab von gleichbleibender Länge verbinden, sodass sie sich wie ein *einziger* fester Körper verhalten. Die auf diesen Festkörper ausgeübten Kräfte würden nicht im Gleichgewicht sein, sondern das System würde sich selbst in Bewegung bringen und die Bewegung würde kontinuierlich beschleunigt sein - *für alle Zeiten*, da die Wechselwirkung der beiden Körper nur von ihren *relativen* Positionen und ihren *relativen* Geschwindigkeiten abhängt, jedoch unabhängig ist von ihren *absoluten* Positionen und ihren *absoluten* Geschwindigkeiten.

Allgemeiner, wenn ein konservatives System von irgendeinem Art gegeben ist, wo U seine potentielle Energie, m die Masse eines der Punkte des Systems, und x', y', z' die Geschwindigkeitskomponenten sind, dann würden sich die Gleichungen der kinetischen Kräfte ergeben mit:

$$\sum \frac{m}{2} \left(x'^2 + y'^2 + z'^2\right) + U = konstant$$

Lasst uns nun in ein Koordinatensystem wechseln, welches sich mit der konstanten Geschwindigkeit v parallel zur x-Achse bewegt. Es seien x', y', z' die Geschwindigkeitskomponenten relativ zu diesen Achsen, so ergibt sich:

$$x' = x_1' + v, \quad y' = y_1', \quad z' = z_1',$$

und folglich:

$$\sum \frac{m}{2} \left[\left(x_1' + v\right)^2 + y_1'^2 + z_1'^2\right] + U = konst.$$

Durch Gebrauch des *Prinzips der relativen Bewegung* hängt U nur von der *relativen* Position der Punkte des Systems ab, sodass die Gesetze der relativen Bewegung nicht unterschiedlich zu den Gesetzen der absoluten Bewegung sind, und die Gleichung der kinetischen Kräfte kann geschrieben werden als:

$$\sum \frac{m}{2} \left[x_1' +^2 + y_1'^2 + z_1'^2\right] + U = konstant$$

Durch Aufteilung der beiden Gleichungen finden wir

$$(8)\ v \sum m x_1' + \frac{v^2}{2} \sum m = konstant$$

order

$$(9)\ \sum m x_1' = konstant$$

was die analytische Formulierung des Prinzips der Reaktion ist.

Das Prinzip der Reaktion erscheint uns deshalb als eine Konsequenz des Prinzips der Energie und des Prinzips der relativen Bewegung. Das letztere wiegt schwer in unseren Vorstellungen, wenn wir ein isoliertes System betrachten.

Jedoch in dem Fall, den wir betrachten, beschäftigen wir uns nicht mit einem isolierten System, sondern betrachten nur die gewöhnliche Materie, und zusätzlich existiert auch noch ein Äther. Wenn alle materiellen Objekte eine gemeinsame Translation durchführen, wie beispielsweise bei der Bewegung der Erde, könnten die Phänomene sich von denen unterscheiden, welche wir bei Abwesenheit dieser Bewegung beobachten würden, da der Äther an dieser Translation nicht beteiligt ist. Es scheint dass das Prinzip der relativen Bewegung nicht nur auf gewöhnliche Materie alleine anwendbar ist; also wurden Experimente durchgeführt um die Bewegung der Erde zu messen. Es ist wahr, dass diese Experimente negative Ergebnisse produziert haben, was aber für uns recht erstaunlich ist.

Jedoch eine Frage verbleibt. Wie ich sagte haben diese Experimente ein negatives Resultat erbracht, und die Theorie von Lorentz kann dieses negative Resultat erklären. Es scheint dass das Prinzip der relativen Bewegung, welches sich nicht *a priori* als wahr aufdrängt, *a posteriori* bestätigt wurde und das Prinzip der Reaktion nun folgen müsste. Doch das Prinzip der Reaktion bleibt nicht erhalten - wie kann das sein?

In Wirklichkeit ist es jedoch so, dass das, was wir das Prinzip der relativen Bewegung nennen, nur unvollständig bestätigt wurde, wie es von der Theorie von Lorentz aufgezeigt wird. Das ist so aufgrund der Kompensation von verschiedenen Effekten, aber:

1. Diese Kompensation findet nicht statt wenn wir Größen zu v^2 nicht vernachlässigen - außer wenn man eine bestimmte komplementäre Hypothese einführt, welche ich für den Augenblick nicht diskutieren werde.
   Jedoch ist dies nicht wichtig für unsere Untersuchung, da wir Größen zu v^2 vernachlässigen - Gleichung (8) führt direkt zu Gleichung (9), das heißt zum Prinzip der Reaktion.

2. Damit die Kompensation funktioniert, dürfen wir die Phänomene nicht auf die wahre Zeit t, sondern auf eine bestimme Ortszeit t' beziehen, welche auf folgende Weise definiert wird.
   Lasst uns annehmen, dass sich einige Beobachter an verschiedenen Punkten befinden und ihre Uhren durch den Gebrauch von Lichtsignalen synchronisieren. Sie versuchen die Signale unter Berücksichtigung der Übertragungszeiten zu korrigieren, aber sie sind sich nicht ihrer gemeinsamen Bewegung bewusst, und glauben folglich dass die Signale gleich schnell in beide Richtungen unterwegs sind. Sie führen Untersuchungen mit sich kreuzenden Signalen durch, eines ist unterwegs von A nach B, das andere folgt unmittelbar darauf von B nach A. Die Ortszeit t' ist die Zeit, welche von auf diese Weise gerichteten Uhren angezeigt wird.
   Wenn $V = \frac{1}{\sqrt{K_0}}$ die Lichtgeschwindigkeit ist, und v die parallel zur x-Achse und in positiver Richtung angenommene Geschwindigkeit der Erde ist, haben wir:

$$t' = t - \frac{vx}{V^2}$$

3. Die Ausbreitung der scheinbaren Energie erfolgt bei relativer Bewegung nach den selben Gesetzen, wie die der wirklichen Energie bei absoluter Bewegung, jedoch ist die scheinbare Energie nicht genau gleich zu der korrespondierenden wirklichen Energie.

4. In der relativen Bewegung sind die Körper, welche die elektromagnetische Energie produzieren, einer scheinbaren, komplementären Kraft unterworfen, welche bei absoluter Bewegung nicht existiert.

Wir werden sehen wie diese verschiedenen Umstände den Widerspruch beseitigen, welchen wir oben aufgezeigt haben.

Angenommen, ein Gerät produziert elektrische Energie, und zwar auf eine Weise, bei der die produzierte Energie in eine einzige Richtung emittiert wird. Das könnte beispielsweise ein mit einem Parabolspiegel ausgestatteter Hertzscher Erreger sein.

Aus einem anfängliche Ruhezustand heraus sendet der Erreger etwas Energie entlang der x-Achse, und diese Energie ist genau gleich groß wie die im Erreger verbrauchte Energie. Wir wir gesehen haben, wird das Gerät einen *Rückstoß* erfahren und eine bestimmte Geschwindigkeit annehmen.

Wenn wir alles auf bewegte, mit dem Erreger verbundene Achsen beziehen, dann sollten mit Ausnahme der oben erwähnten Einschränkungen, die scheinbaren Phänomene die selben sein wie als ob der Erreger ruhen würde; er wird deshalb eine Menge an scheinbarer Energie abstrahlen, welche gleich der im Erreger verbrauchten Energie ist.

Andererseits empfängt es einen Impuls durch den Rückstoß, und da es nicht angehalten und überdies bereits eine von Null verschiedene Geschwindigkeit hat, wird dieser Impuls auf das Gerät wirken und seine kinetische Energie vergrößern.

Wenn deshalb die *wirkliche* elektromagnetische Energie des Geräts gleich wäre mit der scheinbaren elektromagnetischen Energie, welche wie gesagt der im Erreger verbrauchten Energie entspricht, dann würde der Anstieg der kinetischen Energie des Gerätes ohne entsprechenden Verbrauch erreicht werden. Das widerspricht dem Erhaltungssatz. Wen es also einen Rückstoß erfährt, darf die scheinbare Energie nicht gleich der realen Energie sein, und die Phänomene bei relativer Bewegung werden nicht genau gleich mit denen bei absoluter Bewegung sein.

Lasst uns das etwas genauer untersuchen. Angenommen dass v'die Geschwindigkeit des Erregers ist, v die der bewegten Achsen welche wir nicht mehr als mit dem Erreger verbunden annehmen, und V die Geschwindigkeit der Strahlung. Alle Geschwindigkeit solle angenommenerweise parallel zur x-Achse und positiv sein. Zur Vereinfachung lasst uns annehmen, dass die Strahlung die Form eine polarisierten ebenen Welle habe, für welche wir die Gleichung haben:

$$f = h = \alpha = \beta = 0,$$

$$4\pi \frac{dg}{dt} = -\frac{d\gamma}{dx}, \quad -\frac{1}{4\pi V^2}\frac{d\gamma}{dt} = \frac{dg}{dx}, \quad V\,\frac{d\gamma}{dx} + \frac{d\gamma}{dt} = 0,$$

woraus sich ergibt:

$$\gamma = 4\pi V g.$$

Die wirkliche Energie in dem Volumen ist:

$$\frac{\gamma^2}{8\pi} + 2\pi V^2 g^2 = 4\pi V^2 g^2.$$

Lasst uns nun die scheinbare Bewegung relativ zu den bewegten Achsen ermitteln. Für die scheinbaren elektrischen und magnetischen Felder haben wir:

$$g' = g - \frac{v}{4\pi V^2}\gamma, \quad \gamma' = \gamma - 4\pi v g.$$

Für die scheinbare Energie in dem betreffenden Volumen haben wir deshalb (unter Vernachlässigung von v^2, jedoch nicht vv'):

$$\frac{\gamma'^2}{8\pi} + 2\pi V^2 g'^2 = \left(\frac{\gamma^2}{8\pi} - vg\gamma\right) + 2\pi V^2 \left(g^2 - \frac{vg\gamma}{2\pi V^2}\right)$$

oder

$$4\pi V^2 g^2 - 2vg\gamma = 4\pi V^2 g^2 \left(1 - \frac{2v}{V}\right).$$

Zusätzlich können die scheinbaren Bewegungsgleichungen geschrieben werden,

$$4\pi \frac{dg'}{dt'} = -\frac{d\gamma'}{dx'}, \quad -\frac{1}{4\pi V^2}\frac{d\gamma'}{dt'} = \frac{dg'}{dx'},$$

was zeigt, dass die scheinbare Ausbreitungsgeschwindigkeit weiterhin V ist.

Angenommen T ist die Emissionsdauer; was wird die wirkliche Länge der Störung im Raum sein?

Die Spitze der Störung verlässt das Gerät zur Zeit 0 am Ort 0, und zur Zeit t wird sie beim Punkt Vt sein. Das Ende verlässt das Gerät zur Zeit T, jedoch nicht am Punkt 0, sondern am Punkt $v'T$, da der Erreger von dem es sich ausbreitet, sich mit der Geschwindigkeit v' während des Zeitabschnitts T bewegt. Zur Zeit t ist das Ende deswegen am Ort $v'T + V(t-T)$. Die wirkliche Länge der Störung ist deswegen

$$L = Vt - |v'T + v(t-T)| = (V - v')T.$$

Was ist nun die scheinbare Länge? Die Spitze entsteht zur Ortszeit 0 an der Ortskoordinate 0; zur Ortszeit t' wird die Koordinate relativ zu den bewegten Achsen gleich Vt' sein. Das Ende entsteht zur Zeit T am Punkt $v'T$, dessen Koordinaten relativ zu den bewegten Achsen gleich $(v'-v)T$ ist; die dazu entsprechende Ortszeit ist

$$T\left(1 - \frac{vv'}{V^2}\right).$$

Zur Ortszeit t' ist es der Punkt x, wo x gegeben ist durch die Gleichungen:

$$t' = t - \frac{vx}{V^2}, \quad x = v'T + V(t - T),$$

woraus unter Vernachlässigung von v^2 folgt:

$$x = [v'T - V\,(t' - T)]\left(1 + \frac{v}{V}\right).$$

Die x-Koordinate dieses Punktes relativ zu den bewegten Achsen ist somit:

$$x - vt' = (v'T - VT)\left(1 + \frac{v}{V}\right) + Vt'.$$

Die scheinbare Länge der Störung ist daher,

$$L' = Vt' - (x - vt') = (V - v')T\left(1 + \frac{v}{V}\right) = L\left(1 + \frac{v}{V}\right).$$

Die gesamte wirkliche Energie (per Volumeneinheit) ist deswegen:

$$\left(\frac{\gamma^2}{8\pi} + 2\pi V^2 g^2\right)L = 4\pi V^2 g^2 L,$$

und die scheinbare Energie ist

$$\left(\frac{\gamma'^2}{8\pi} + 2\pi V^2 g'^2\right)L' = 4\pi V^2 g^2 L\left(1 - \frac{2v}{V}\right)\left(1 + \frac{v}{V}\right) = 4\pi V^2 g^2 L\left(1 - \frac{v}{V}\right).$$

Wenn $J\ dt$ die abgestrahlte wirkliche Energie während der Zeit dt darstellt, dann wird $J\ dt\left(1 - \frac{v}{V}\right)$ die scheinbare Energie darstellen.

Angenommen, dass $D\ dt$ die im Erreger verbrauchte Energie ist; dann ist sie die selbe in der absoluten und der relativen Bewegung.

Wir müssen auch noch über den Rückstoß Rechenschaft geben. Die Kraft des Rückstoßes multipliziert mit dt, ist gleich dem Impulsanstieg des fiktiven Fluids, das heißt,

$$dt K_0 JV = \frac{J}{V} dt,$$

da der Menge an erzeugtem Fluid $K_0 J\ dt$ und seine Geschwindigkeit V ist. Die Arbeit des Rückstoßes ist daher:

$$-\frac{v'J\ dt}{V}.$$

Im Falle der scheinbaren Bewegung müssen wir v' mit $v' - v$ und J mit $J\left(1 - \frac{v}{V}\right)$.

Die scheinbare Arbeit des Rückstoßes ist daher:

$$\frac{(v' - v)J\ dt}{V}\left(1 - \frac{v}{V}\right) = J\ dt\left(-\frac{v'}{V} + \frac{v}{V} + \frac{vv'}{V^2}\right).$$

Bei der scheinbaren Bewegung müssen wir schließlich auch noch für die scheinbare komplementäre Kraft, von der ich oben (4) sprach, Rechenschaft geben. Diese komplementäre Kraft ist gleich $-\frac{vJ}{V^2}$ und die von ihr geleistete Arbeit ist unter Vernachlässigung von v^2 gleich $-\frac{vv'}{V^2}J\,d\tau$.

Vorausgesetzt die Gleichung für die kinetischen Kräfte bei wirklicher Bewegung ist:

$$(10)\ J - D - \frac{v'J}{V} = 0.$$

Der erste Ausdruck stellt die abgestrahlte Energie, der zweite die verbrauchte Energie, und der dritte die Arbeit des Rückstoßes dar.

Die Gleichung für die kinetischen Kräfte bei scheinbarer Bewegung ist:

$$(11)\ J\left(1-\frac{v}{V}\right) - D + J\left(-\frac{v'}{V}+\frac{v}{V}+\frac{vv'}{V^2}\right) - \frac{vv'}{V^2}J = 0.$$

Der erste Ausdruck stellt die abgestrahlte scheinbare Energie, der zweite die verbrauchte Energie, der dritte die scheinbare Arbeit des Rückstoßes, und der vierte die scheinbare komplementäre Kraft dar.

Der Zusammenhang zwischen den Gleichungen (10) und (11) beseitigt den scheinbaren Widerspruch, den ich oben erläutert habe.

Wenn daher in der Theorie von Lorentz der Rückstoß ohne Verletzung des Energiesatzes stattfinden kann, dann deswegen, weil die scheinbare Energie, die der mit den bewegten Achsen mitgeführte Beobachter misst, nicht gleich der wirklichen Energie ist. Angenommen, dass unser Erreger einen Rückstoß erfährt und dass der Beobachter an dieser Bewegung teilnimmt $(v' = v < 0)$. Der Erreger würde für diesen Beobachter unbeweglich sein, und es würde ihm erscheinen, dass die abgestrahlte Energie gleich mit der abgestrahlten Energie eines ruhenden Erregers ist. Aber in Wirklichkeit strahlt er weniger ab, und das kompensiert die Arbeit des Rückstoßes.

Ich hätte annehmen können, dass die bewegten Achsen dauerhaft mit dem Erreger verbunden sind, also $v = v'$, jedoch hätte dann meine Analyse nicht die Rollte der scheinbaren komplementäre Kraft demonstrieren können. Um das zu tun muss ich annehmen dass v' viel größer als v ist, so dass ich v^2 vernachlässigen kann, nicht jedoch vv'.

Ich hätte die Notwendigkeit der scheinbaren komplementären Kraft auch auf folgende Weise zeigen können:

Der wirkliche Rückstoß ist $\frac{J}{V}$; bei scheinbarer Bewegung müssen wir J mit $J\left(1-\frac{v}{V}\right)$ ersetzen, sodass sich der scheinbare Rückstoß ergibt mit

$$\frac{J}{V} - \frac{Jv}{V^2}.$$

Um den Ausdruck für den wirklichen Rückstoß zu vervollständigen, müssen wir zu

dem scheinbaren Rückstoß daher eine scheinbare komplementäre Kraft $\frac{Jv}{V^2}$ hinzuführen (Ich habe das Vorzeichen - gemacht, weil der Rückstoß, wie schon der Name sagt, in der negativen Richtung stattfindet).

Die Existenz einer scheinbaren komplementären Kraft ist daher eine notwendige Konsequenz des Rückstoß-Phänomens.

Gemäß der Theorie von Lorentz darf das Prinzip der Reaktion folglich nicht auf die Materie alleine angewendet werden; ebenso darf das Prinzip der relativen Bewegung nicht auf die Materie alleine angewendet werden. Es ist wichtig zu beachten, dass hier ein tiefer und notwendiger Zusammenhang zwischen diesen beiden Tatsachen besteht.

Es ist deshalb notwendig eine der beiden experimentell zu etablieren, wodurch die andere ebenso etabliert wird, ipso facto. Es würde ohne Zweifel weniger schwierig sein die zweite zu demonstrieren; aber selbst das ist nahezu unmöglich, da Liénard beispielsweise berechnet hat, dass bei einer Maschine von 100 kW die scheinbare komplementäre Kraft nicht mehr als $\frac{1}{600}$ Dyn betragen würde.

Durch Korrelation der beiden Tatsachen ergibt sich eine wichtige Konsequenz; und zwar ist das Fizeau-Experiment selbst bereits im Widerspruch zum Prinzip der Reaktion. Wenn, wie durch das Experiment aufgezeigt, die Wellen tatsächlich nur teilweise mitgeführt werden, dann kann die relative Ausbreitung der Wellen in einem bewegten Medium nicht den selben Ausbreitungsgesetzen wie in einem stationären Medium folgen, das heißt das Prinzip der relativen Bewegung kann nicht auf die Materie alleine angewendet werden, und wir müssen zumindest eine zusätzliche Korrektur einführen, von welcher ich oben (2.) sprach und welche darauf beruht, alles auf die "Ortszeit" zu beziehen. Wenn diese Korrektur nicht durch andere kompensiert wird, müssen wir schließen, dass das Prinzip der Reaktion für Materie alleine nicht wahr ist.

Also sind alle Theorien widerlegt welche diesem Prinzip gehorchen, *zumindest wenn wir nicht zustimmen alle unsere Ideen in Bezug zur Elektrodynamik zu modifizieren*. Das ist eine Überlegung welche ich in größerem Umfang in einem früheren Artikel entwickelt habe (l'Éclairage Électrique, Band 5, No. 40)[1].

Anmerkungen

Für weitere Informationen siehe:
http://de.wikipedia.org/wiki/Lorentzsche_Äthertheorie.
http://de.wikipedia.org/wiki/Geschichte_der_speziellen_Relativitätstheorie

[1] Der selbe Band, S. 395